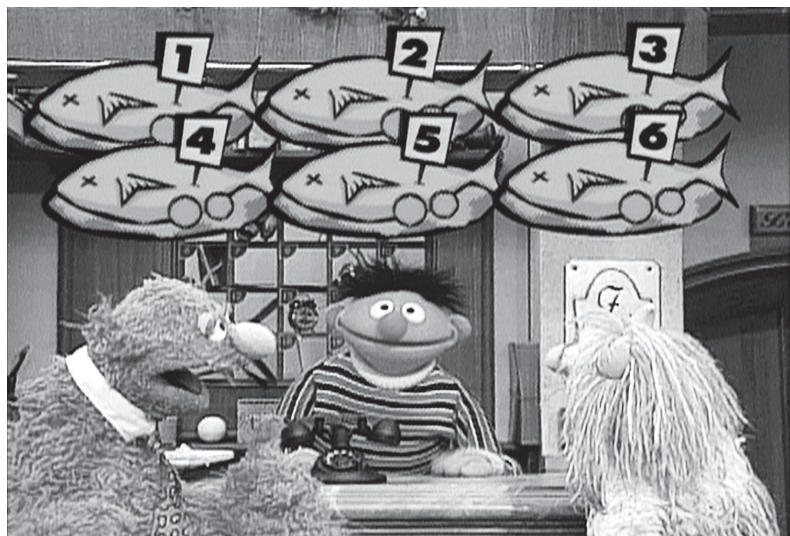


Capitolo primo

Da pesce a infinito

La miglior introduzione ai numeri che io abbia mai visto – la spiegazione piú chiara e divertente di che cosa siano e di perché ci servano – appare in uno speciale della serie televisiva *Sesame Street* (*Sesamo apriti*) intitolato *123 Count with Me*¹. Humphrey, un tipo delizioso ma poco sveglio, con la pelliccia rosa e il naso verde, prende le ordinazioni per l'albergo *Furry Arms*, quando riceve una richiesta da una camera piena di pinguini. Humphrey ascolta con attenzione e poi riferisce la comanda in cucina: «Pesce, pesce, pesce, pesce, pesce, pesce». Ernie interviene per illuminarlo sulle virtù del numero sei.



I bambini apprendono così che i numeri sono scorciatoie meravigliose. Aniché dire la parola «pesce» tante volte quanti sono i pinguini, Humphrey può usare il concetto ben più potente di «sei».

Da adulti, però, ci può capitare di notare una controindicazione dei numeri. Certo, ci fanno risparmiare un mucchio di tempo, ma a costo di una grande astrazione. «Sei» è più etereo di sei pesci, proprio perché è più generale. Si applica a sei di qualsiasi cosa: sei piatti, sei pinguini, sei volte in cui viene pronunciata la parola «pesce». È la cosa ineffabile che hanno tutti in comune.

Detta così, i numeri cominciano ad apparire un po' misteriosi. Sembra che esistano in qualche sorta di mondo platonico, un livello al di sopra della realtà. Da questo punto di vista somigliano più a elevati concetti astratti (come la verità e la giustizia) che a normali oggetti di tutti i giorni. La loro identità filosofica diventa ancora più confusa se ci pensiamo su. Da dove vengono di preciso i numeri? Li ha inventati l'umanità? O li ha scoperti?

Un'ulteriore sottigliezza è nel fatto che i numeri (come tutti i concetti matematici, se è per questo) hanno una vita indipendente². Non li controlliamo. Nonostante il fatto che esistono nella nostra mente, una volta che abbiamo deciso che cosa significano non abbiamo voce in capitolo su come si comportano. Obbediscono a certe leggi e hanno certe proprietà, personalità e modi di combinarsi tra loro; non ci possiamo fare nulla, a parte guardare e cercare di capire. Da questo punto di vista ricordano stranamente gli atomi e le stelle, gli oggetti del mondo fisici, che sono anch'essi soggetti a leggi al di fuori del nostro controllo... con la differenza che non si trovano nella nostra testa.

Questo aspetto duplice dei numeri – in parte celesti, in parte terrestri – è forse la loro caratteristica più paradossale e al contempo quella che li rende più utili. È quello che aveva in mente il fisico Eugene Wigner quando scrisse dell'«irraggiante efficacia della matematica nelle scienze naturali»³.

In caso non sia chiaro che cosa intendo quando parlo delle vite dei numeri e del loro comportamento incontrollabile,

labile, torniamo al *Furry Arms*. Supponiamo che prima che Humphrey mandi in cucina l'ordinazione dei pinguini, riceva una chiamata da un'altra camera occupata dallo stesso numero di pinguini, ognuno dei quali chiede pesce. Dopo la seconda telefonata, che cosa dovrà gridare Humphrey in cucina? Se non ha imparato niente, griderà «pesce» una volta per pinguino. Oppure, usando i numeri, potrà dire al cuoco che gli servono sei pesci per la prima camera e altri sei per la seconda. Ma quello di cui ha veramente bisogno è un nuovo concetto: l'addizione. Una volta che l'avrà padroneggiata, dirà orgogliosamente che ha bisogno di sei piú sei (o, se vuole darsi delle arie, «dodici») pesci.

Qui è all'opera lo stesso processo creativo che ci ha dato originariamente i numeri. Cosí come i numeri sono scorciatoie per contare per incrementi di uno, l'addizione è una scorciatoia per contare per incrementi di qualsiasi numero. È cosí che cresce la matematica. L'astrazione giusta porta a capire cose nuove e ad avere piú potere.

Fra poco Humphrey forse capirà che è possibile andare avanti a contare senza limiti.

Ma nonostante questo panorama infinito, ci sono sempre vincoli alla nostra creatività. Possiamo decidere che cosa intendiamo con simboli come 6 e +, ma una volta deciso, il risultato di operazioni come $6 + 6$ è al di fuori del nostro controllo. La logica non ci lascia scelta. Da questo punto di vista la matematica ha sempre in sé sia invenzione che scoperta: inventiamo i concetti ma ne scopriamo le conseguenze. Come vedremo nei capitoli successivi, in matematica la libertà è nelle domande che poniamo – e in come le affrontiamo – ma non nelle risposte che ci attendono.

¹ Il video *Sesame Street: 123 Count with Me* (1997) si può acquistare in rete in videocassetta o dvd.

² Un'appassionata presentazione dell'idea che i numeri abbiano una vita a sé stante e che la matematica si possa considerare come una forma d'arte si trova in P. Lockhart, *A Mathematician's Lament: How School Cheats Us Out of Our Most Fascinating and Imaginative Art Form*, Bellevue Literary Press, New York 2009 [trad. it. di C. Capararo, *Contro l'ora di matematica. Un manifesto per la liberazione di professori e studenti*, Rizzoli, Milano 2010].

³ Il saggio in cui è apparsa questa espressione ormai famosa è E. Wigner, *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences*, in «Communications in Pure and Applied Mathematics», XIII (1960), n. 1, pp. 1-14. Una versione in rete è disponibile all'indirizzo <http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html>. Per ulteriori riflessioni su queste idee e sulla questione correlata se la matematica sia stata inventata o scoperta, si veda M. Livio, *Is God a Mathematician?*, Simon and Schuster, New York 2009 [trad. it. di C. Capararo e A. Zucchetti, *Dio è un matematico. La scoperta delle formule nascoste dell'universo*, Rizzoli, Milano 2009] e R. W. Hamming, *The unreasonable effectiveness of mathematics*, in «American Mathematical Monthly», LXXXVII (1980), n. 2, disponibile in rete all'indirizzo <http://www-lmmb.ncifcrf.gov/~toms/Hamming.unreasonable.html>.