Introduzione

Ogni settore della scienza può rintracciare le proprie origini in momenti lontani delle nebbie della storia, ma per la maggior parte delle discipline la narrazione è caratterizzata da «adesso sappiamo che questo era sbagliato» o «si stava andando nella direzione giusta, ma oggi vediamo le cose diversamente». Per esempio, il filosofo greco Aristotele pensava che un cavallo che trotta non si sollevi mai completamente dal suolo, cosa che Eadweard Muybridge confutò nel 1878 usando una serie di apparecchi fotografici azionati da fili. Le teorie del moto di Aristotele furono completamente ribaltate da Galileo Galilei e Isaac Newton, e le sue teorie sulla mente non hanno alcuna relazione utile con le neuroscienze e la psicologia moderne.

La matematica è diversa. Permane. Da quando gli antichi Babilonesi studiarono come risolvere le equazioni di secondo grado – probabilmente intorno al 2000 a. C., anche se le prime prove tangibili risalgono al 1500 a. C. – i loro risultati non sono mai diventati obsoleti. Erano corretti, e loro sapevano perché, e sono ancora corretti oggi. Adesso esprimiamo quel risultato usando dei simboli, ma il ragionamento è identico. C'è una linea ininterrotta di pensiero matematico che va indietro nel tempo da domani a Babilonia. Quando Archimede calcolò il volume di una sfera, non usò i simboli algebrici e non pensò a uno specifico *numero* π come facciamo ora. Espresse il risultato geometricamente, in termini di proporzioni, come usavano all'epoca i Greci. Tuttavia, la sua risposta è immediatamente riconoscibile come equivalente all'odierno $(^4/_3)\pi r^3$.

Bisogna dire che anche alcune antiche scoperte al di fuori della matematica sono state analogamente longeve. Una è il principio di Archimede, secondo cui un oggetto sposta una quantità di liquido corrispondente al suo stesso peso, e un'altra è il suo principio della leva. Anche alcune parti della fisica e dell'ingegneria greche sono tuttora valide. Ma in queste discipline la longevità è l'eccezione, mentre in matematica è piú vicina alla regola. Gli *Elementi* di Euclide, che stabiliscono una base logica per la geometria, sono ancora proficui per chi li studia con attenzione. I suoi teoremi rimangono veri, e molti rimangono utili. In matematica si va avanti, ma non si scarta la storia.

Prima che cominciate a pensare che la matematica nasconda la testa nel passato, devo sottolineare due cose. Una è che l'importanza percepita di un metodo o di un teorema può cambiare: intere aree della matematica sono passate di moda, o sono diventate obsolete via via che le frontiere si sono spostate o che nuove tecniche hanno preso il sopravvento. Ma sono ancora *vere*, e di tanto in tanto un'area obsoleta torna in auge, di solito per via di un nuovo collegamento con un'altra area, di una nuova applicazione o di una svolta nella metodologia. La seconda è che i matematici continuano a sviluppare la loro materia e non si limitano ad andare avanti; hanno anche creato una quantità enorme di matematica nuova, importante, bella e utile.

Detto ciò, il punto fondamentale rimane valido: una volta che un teorema matematico è stato correttamente dimostrato, diventa qualcosa su cui possiamo basarci per ulteriori sviluppi, per sempre. Anche se il nostro concetto di dimostrazione si è fatto considerevolmente piú stringente dai tempi di Euclide, per evitare ipotesi non dichiarate, possiamo colmare quelle che ora consideriamo lacune, e i risultati continuano a sussistere.

I numeri uno studia il processo quasi mistico che porta alla luce nuova matematica. La matematica non nasce nel vuoto: è creata dalle *persone*. Tra loro ce ne sono alcune con un'originalità e una chiarezza mentale sorprendenti, quelle che associamo alle piú grandi scoperte: i precursori, i pionieri, le figure significative. Gli storici spiegano però giustamente che il lavoro dei grandi richiede innumerevoli personaggi minori, che contribuiscono con piccoli pezzi al puzzle complessivo. Domande importanti o fruttuose possono essere poste da persone relativamente sconosciute; le grandi idee possono essere intraviste vagamente da qualcuno che non ha la capacità tecnica di trasformarle in nuovi potenti metodi e punti di vista. Newton osservò di trovarsi sulle spalle dei giganti, ma in qualche misura era sarcastico; vari di quei giganti (in particolare Robert Hooke) si lamentavano del fatto che Newton, piú che issarsi sulle loro spalle, pestava loro le dita dei piedi, non dando loro il giusto credito, o prendendosi il merito in pubblico nonostante citasse i loro contributi nei suoi scritti. Tuttavia Newton diceva il vero: le sue grandi sintesi del moto, della gravità e della luce si basavano su un enorme numero di intuizioni dei suoi predecessori intellettuali. E non erano esclusivamente giganti: anche persone comuni hanno svolto un ruolo importante.

Tuttavia, i giganti si distinguono, aprono la strada mentre il resto di noi li segue. Attraverso le vite e le opere di una scelta di figure significative, possiamo farci un'idea di come viene creata la nuova matematica, di chi l'ha creata e di come sono vissute queste figure. Non le considero solo pionieri che hanno mostrato la strada a noi altri, ma come veri apripista che hanno creato cammini percorribili attraverso la fitta vegetazione dell'ampia giungla del pensiero matematico. Passavano gran parte del tempo ad affannarsi con i rovi e gli acquitrini, ma di tanto in tanto si imbattevano in una città perduta dove vanno a morire gli elefanti o in un Eldorado, scoprendo gioielli preziosi nascosti nella boscaglia. Entravano in regioni di pensiero precedentemente sconosciute all'umanità.

Anzi, le hanno *create*, quelle regioni. La giungla matematica non è come la foresta amazzonica o la regione del Congo; il pioniere matematico non è un David Livingstone, che si apre la strada lungo lo Zambesi o va in cerca della sorgente del Nilo. Livingstone «scopriva» cose che erano già lí, e infatti gli abitanti del luogo sapevano bene che c'erano. Ma a quei tempi, gli europei interpretavano il concetto di «scoperta» come «europei che portano qualcosa all'attenzione di altri europei». I pionieri matematici non esplorano una giungla preesistente. C'è un senso in cui creano la giungla via via che procedono, come se nuove piante prendessero vita sulle loro orme, diventando rapidamente alberelli, e poi fusti possenti. Si ha però la *sensazione* che ci sia una giungla preesistente, perché non si sceglie a quali piante dare vita. Si sceglie dove dirigersi, ma non si decide di «scoprire» una boscaglia di alberi di mogano se quella che appare è una palude di mangrovie.

È questa, penso, la fonte della visione platonica, tuttora popolare, delle idee matematiche: che le verità matematiche esistano «veramente», ma in una forma ideale in qualche sorta di realtà parallela, che è sempre esistita e sempre esisterà. In questa visione delle cose, quando dimostriamo un nuovo teorema scopriamo semplicemente qualcosa che esiste da sempre. Non penso che il platonismo vada interpretato letteralmente, ma descrive in modo accurato il processo di ricerca matematica. Non si può scegliere: si possono solo scuotere i cespugli e vedere se ne viene fuori qualcosa. In *Cos'è davvero la matematica* Reuben Hersh[1] ci offre una visione piú realistica della matematica: è un costrutto mentale umano condiviso. In questo senso è molto simile al denaro. Il denaro non consiste «veramente» in pezzi di metallo o foglietti di carta o numeri in un computer; è un insieme condiviso di convenzioni su come ci scambiamo pezzi di metallo, foglietti di carta e numeri in un computer, in cambio di altri simili o di merci.

Hersh indignò alcuni matematici, che si concentrarono sul «costrutto umano» e contestarono che la matematica non è affatto arbitraria, non la si può far rientrare nel relativismo sociale. Questo è vero, ma Hersh spiega in modo perfettamente chiaro che la matematica non è un costrutto umano *qualsiasi*.

[1] R. Hersh, *Cos'è davvero la matematica*, trad. it. di R. Giomi, Baldini & Castoldi, Milano 2001 [ed. or. *What is Mathematics, Really?*, Jonathan Cape, London 1997].